



گزینه ۲

۱

باتوجه به نمودار $T = 0.4 \text{ s}$ است. در یک حرکت هماهنگ ساده در بازه زمانی $\frac{T}{2}$ نوسانگر از مکان x به مکان $-x$ می‌رسد و در این مدت مسافت $2A$ را طی می‌کند. باتوجه به اینکه $0.2 \text{ s} = \frac{T}{2}$ است، پس نوسانگر در این بازه مسافت $\ell = 2A = 0.4 \text{ m}$ را طی کرده است. بنابراین:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{0.4}{0.2} = 2 \text{ m/s}$$

گزینه ۴

۲

ابتدا با استفاده از تندی بیشینه نوسانگر، دامنه نوسان را به دست می‌آوریم:

$$v = A\omega \Rightarrow 2 = A \left(\frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} \right) \Rightarrow 2 = 4A \Rightarrow A = 0.5 \text{ m}$$

طول پاره‌خط مسیر نوسانگر برابر با $2A$ یعنی 1 m است.

گزینه ۲

۳

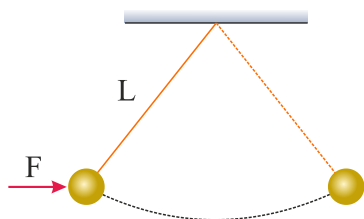
زمان رسیدن صدا از ته چاه به دهانه آن را حساب می‌کنیم:

$$\Delta t_s = \frac{\Delta x}{v_s} = \frac{102 \text{ m}}{340 \text{ m/s}} = 0.3 \text{ s}$$

پس مدت زمان سقوط سنگ در چاه $\Delta t = 0.4 \text{ s} - 0.3 \text{ s} = 0.1 \text{ s}$ است و داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{102 \text{ m}}{0.1 \text{ s}} = 1020 \text{ m/s}$$

دوره نیرویی که به آونگ وارد می‌شود ۱ ثانیه است، بنابراین دوره آونگ نیز باید ۱ ثانیه باشد تا در آن پدیده تشدید رخ داده باشد:



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow 1 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow 1 = 2\pi^2 \times \frac{L}{g}$$

$$\Rightarrow 1 = 2\pi^2 \times \frac{L}{\pi^2} \Rightarrow L = \frac{1}{4} \text{ m} = 0.25 \text{ m} = 25 \text{ cm}$$

$$\text{طول پاره خط نوسان} = 70 - 50 = 20 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \text{مرکز نوسان} = \frac{70 + 50}{2} = 60 \text{ cm}$$

$$\text{طول فنر} = 64 \text{ cm} \Rightarrow x_1 = 64 - 60 = 4 \text{ cm}$$

$$\text{طول فنر} = 52 \text{ cm} \Rightarrow x_2 = 52 - 60 = -8 \text{ cm}$$

$$\left| \frac{a_1}{a_2} \right| = \left| \frac{-\omega^2 x_1}{-\omega^2 x_2} \right| = \left| \frac{x_1}{x_2} \right| = \frac{1}{2}$$

برای موج‌های الکترومغناطیسی اثر دوپلر برقرار است و با حرکت چشمه موج الکترومغناطیسی، بسامد و طول موج دریافتی از چشمه موج تغییر می‌کند.

محاسبه سرعت انتشار موج در طناب:

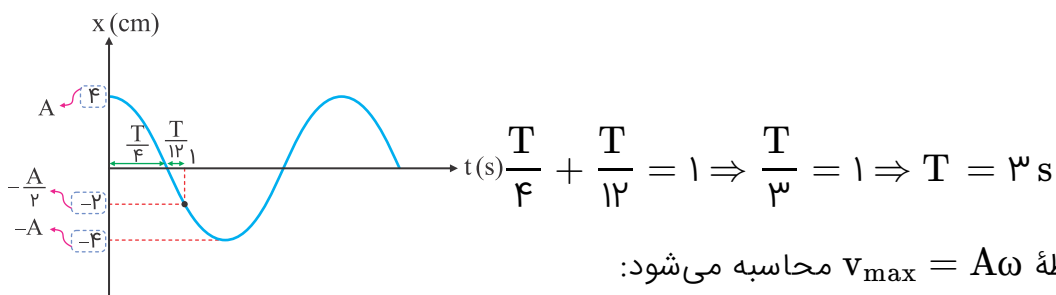
$$v = \sqrt{\frac{FL}{m'}} = \sqrt{\frac{\lambda_0 \times 2}{0.1}} = \sqrt{1600} = 40 \text{ (m/s)}$$

دوره طبیعی دستگاه (وزنه - فنر) را حساب می‌کنیم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0.5}{200}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{400}} = \frac{2\pi}{20} = \frac{\pi}{10} \text{ (s)}$$

$$\lambda = vT = 40 \times \frac{\pi}{10} = 4\pi = 4 \times 3.14 = 12.56 \text{ (m)}$$

طبق نمودار مشخص است که دامنه برابر با $A = 4 \text{ cm}$ است. حالا باید دوره تناوب این نوسانگر را محاسبه کنیم. به کمک الگوهای زمانی جابه‌جایی نوسانگر بین نقاط خاص می‌توان نوشت:



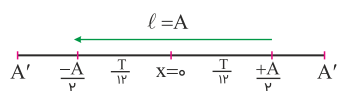
بیشینه تندی نوسانگر از رابطه $v_{\max} = A\omega$ محاسبه می‌شود:

$$v_{\max} = A\omega = A \times \frac{2\pi}{T} \xrightarrow[A=4 \text{ cm}, T=3 \text{ s}, \pi=3]{A=4 \text{ cm}} v_{\max} = 4 \times \frac{2 \times 3}{3} = 8 \text{ cm/s}$$

تندی موج در محیط‌های مختلف ثابت است بنابراین گزینه‌های "۲" و "۳" نمی‌توانند درست باشند. با توجه به شکل فاصله بین دو جبهه موج متوالی در محیط (۱) بیشتر از فاصله دو جبهه موج متوالی در محیط (۲) است. چون فاصله جبهه‌های موج متناسب با طول موج است و f ثابت است، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \lambda_1 > \lambda_2 \\ f_2 = f_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow v_1 > v_2$$

پس گزینه "۱" درست است.



طول پاره خط نوسان دو برابر دامنه حرکت است. در این صورت خواهیم داشت:

$$AA' = 40 \text{ cm} \Rightarrow A = 20 \text{ cm}$$

برای محاسبه بیشترین تندی متوسط در حالتی که جابه‌جایی برابر با دامنه حرکت باشد، باید نوسانگر از مکان $x = \pm \frac{A}{2}$ به سمت مرکز در حال حرکت بوده و به مکان $x = \mp \frac{A}{2}$ برسد. در این صورت داریم:

$$T = \frac{\Delta t}{n} \Rightarrow T = \frac{3}{150} = \frac{1}{50} \text{ s}$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{A}{2 \left(\frac{T}{2} \right)} = \frac{A}{T} = \frac{20 \times 10^{-2}}{\frac{1}{50}}$$

$$\Rightarrow s_{av} = 6000 \times 10^{-2} = 60 \text{ m/s}$$

هنگامی که نیروی وزن، هم‌اندازه با نیروی کشسانی فنر می‌شود، جسم در تعادل قرار دارد و طول فنر در این حالت برابر است با:

$$\ell = \frac{42 + 48}{2} = 45 \text{ cm}$$

بسامد زاویه‌ای نوسانگر باتوجه به رابطه $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ و از برابری نیروی وزن و نیروی کشسانی فنر در وضع تعادل به دست می‌آید.

$$F_e = mg \Rightarrow k\left(\frac{45}{100} - \frac{40}{100}\right) = m \times 10 \Rightarrow \frac{k}{m} = 200$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$$

هنگامی که طول فنر ۴۴ cm است فاصله نوسانگر تا مرکز نوسان (طول فنر در حالت تعادل) برابر $x = 45 - 44 = 1 \text{ cm}$ است. طبق رابطه $|\vec{a}| = |-\omega^2 x|$ ، بزرگی شتاب نوسانگر در این وضعیت برابر است با:

$$|\vec{a}| = |-\omega^2 x| = \left| -200 \times \frac{1}{100} \right| = 2 \text{ m/s}^2$$

از رابطه $f = \frac{n}{t}$ داریم:

$$n_A = n_B + 180 \Rightarrow f_A t = f_B t + 180$$

$$f_A \times 60 = f_B \times 60 + 180 \Rightarrow 60(f_A - f_B) = 180 \Rightarrow f_A - f_B = 3 \text{ Hz}$$

ابتدا شدت صوت به ازای تراز شدت صوت ۵۷ dB را به دست می آوریم.

$$\beta = 10 \log \frac{I_2}{I_0} \Rightarrow 57 = 10 \log \frac{I_2}{10^{-12}} \Rightarrow 5 + 0/7 = \log \frac{I_2}{10^{-12}}$$

$$\log 10^5 + \log 5 = \log \frac{I_2}{10^{-12}} \Rightarrow \log 5 \times 10^5 = \log \frac{I_2}{10^{-12}} \Rightarrow I_2 = 5 \times 10^{-7} \text{ W/m}^2$$

طبق رابطه $\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$ ، فاصله r_2 را به دست می آوریم. (آهنگ متوسط انتقال انرژی ($\bar{p}$) ثابت در نظر گرفته شده است)

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{5 \times 10^{-7}}{2 \times 10^{-8}} = \left(\frac{2}{r_2}\right)^2 \Rightarrow 25 = \left(\frac{2}{r_2}\right)^2 \Rightarrow 5 = \frac{2}{r_2}$$

$$\Rightarrow r_2 = \frac{2}{5} \text{ m}$$

سؤال $\Delta r = r_2 - r_1$ را خواسته است. بنابراین:

$$\Delta r = r_2 - r_1 = \frac{2}{5} - 2 = \frac{-8}{5} = -1/6 \text{ m}$$

بنابراین شنونده باید $1/6 \text{ m}$ به منبع نزدیک شود.

$$A = 5 \text{ cm} = 0/05 \text{ m}$$

$$\lambda + \frac{\lambda}{2} = 1/25 \Rightarrow \frac{3\lambda}{2} = 1/25 \text{ m} \Rightarrow \lambda = 0/167 \text{ m}$$

$$\lambda = vT \Rightarrow 0/167 = 20T \Rightarrow T = 0/0415 \text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0/0415} \Rightarrow \omega \simeq 48\pi$$

$$y = A \cos(\omega t) \Rightarrow y = 0/05 \cos(48\pi t)$$

گام اول: نوسانگر در هر دقیقه $۱۵۰ = \frac{۳۰۰}{۲}$ نوسان کامل انجام می‌دهد. بنابراین بسامد نوسان برابر است با:

$$f = \frac{n}{\Delta t} = \frac{۱۵۰}{۶۰} = ۲/۵ \text{ Hz}$$

دامنه نوسان برابر نصف طول پاره خط نوسان است. پس:

$$A = \frac{۰/۴}{۲} = ۰/۲ \text{ m}$$

گام دوم: هنگامی که تندی متحرک صفر است، شتاب آن بیشینه و برابر $A\omega^2$ است. پس:

$$a_{\max} = A\omega^2 = ۰/۲ \times (۲\pi f)^2 = ۰/۲ \times (۲\pi \times ۲/۵)^2 = ۵\pi^2 \text{ m/s}^2$$

همان طور که از شکل نتیجه می‌شود، فاصله A تا B برابر با $۲/۵\lambda$ است. چون حرکت موج یکنواخت و با سرعت ثابت است، می‌توان نوشت:

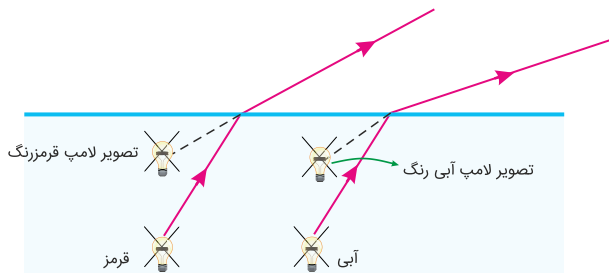
$$\Delta x = v\Delta t$$

$$\left. \begin{array}{l} ۲/۵\lambda = v \times ۰/۲۵ \\ f = \frac{v}{\lambda} \end{array} \right\} \Rightarrow f = \frac{۲/۵}{۰/۲۵} = ۱۰ \text{ Hz}$$

اگر زاویه بین دو آینه منفرجه باشد، زاویه بین پرتو تابش و پرتو بازتاب از آینه دوم دو برابر مکمل زاویه بین دو آینه است.

$$۲(۱۸۰ - \alpha) = \frac{۱}{۴}\alpha \Rightarrow ۱۸۰ - \alpha = \frac{۱}{۸}\alpha \Rightarrow ۱۸۰ = \frac{۹}{۸}\alpha \Rightarrow \alpha = ۱۶۰$$

انحراف پرتو آبی به دلیل طول موج کمتر، بیشتر از نور قرمز است. هنگامی که پرتو از آب خارج می‌شود انحراف بیشتری دارد و امتداد پرتو بالاتر دیده می‌شود.



نکته: دوره نوسانگرهای کم‌دامنه یک آونگ ساده فقط به طول آونگ و شتاب گرانش (در محل آونگ) بستگی دارد و مستقل از جرم و دامنه نوسان آونگ است.

نکته: نیروی نوسانگر آونگ از رابطه $F = -mg \frac{x}{L}$ و نیروی مرکزگرای آن از رابطه $F_c = T - mg \cos \theta$ به دست می‌آید.

نکته: اگر آونگ در یک دستگاه متحرک باشد، در روابط مربوط به آن، به جای شتاب گرانش (g) از شتاب ظاهری (g') استفاده می‌کنیم.

$N = m(g \pm a)$: وزن ظاهری یک جسم در دستگاه شتابدار (قائم)

$$\Rightarrow g' = g \pm a$$

$$\left. \begin{array}{l} + \Leftarrow \text{زمان بالا رفتن جسم} \\ - \Leftarrow \text{زمان پایین آمدن جسم} \end{array} \right\}$$

نکته: اگر بر گلوله آونگ در حال نوسانی، علاوه بر نیروهای کشش نخ و وزن، نیروی ثابت و قائم $\vec{f}$ اثر کند، دوره نوسان آونگ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$F = -(mg + f) \sin \theta$$

$$\xrightarrow{\sin \theta \simeq \theta \simeq \frac{x}{L}} \begin{cases} F = -(mg + f) \frac{x}{L} \\ F = -m\omega^2 x \end{cases} \Rightarrow -(mg + f) \frac{x}{L} = -m\omega^2 x$$

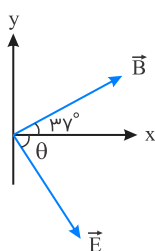
$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g + \frac{f}{m}}{L}} \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g \pm \frac{f}{m}}}$$

$$\begin{cases} T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \\ T' = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g - \frac{f}{m}}} \end{cases} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g - \frac{f}{m}}}$$

$$\xrightarrow{f = \frac{1}{2}mg} \frac{T'}{T} = \sqrt{2} \Rightarrow T' = \sqrt{2}T$$

چون دوره و بسامد رابطه عکس دارند پس سه آونگ با دوره‌های T و $2T$ و $3T$ ساخته شده‌اند که طبق رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ اگر طول آونگ با دوره T را ℓ_1 فرض کنیم طول آونگ‌های با دوره $2T$ و $3T$ به ترتیب $4\ell_1$ و $9\ell_1$ خواهند شد. پس داریم:

$$\frac{\text{طول بلندترین آونگ} \quad \uparrow 9\ell_1 \quad + \quad \text{طول کوتاه‌ترین آونگ} \quad \uparrow \ell_1}{4\ell_1} = \frac{10\ell_1}{4\ell_1} = 2.5$$



$$\tan \theta = \frac{E_y}{E_x} = \frac{4}{3} \Rightarrow \theta = 53$$

با اعمال قانون دست راست چون بردار $\vec{E}$ در ربع چهارم قرار داشته و جهت انتشار موج الکترومغناطیس در جهت $+z$ است، باید بردار $\vec{B}$ در ربع اول باشد و با محور x زاویه 37 بسازد؛ یعنی: $\frac{B_y}{B_x} = \tan 37 = \frac{3}{4}$ بنا بر توضیحات، تنها گزینه "۴" می‌تواند درست باشد.

$$v_1 = v_2 \Rightarrow \sqrt{\frac{F_1 L_1}{m_1}} = \sqrt{\frac{F_2 L_2}{m_2}} \xrightarrow{L_1=L_2} \sqrt{\frac{F_1}{m_1}} = \sqrt{\frac{F_2}{m_2}}$$

$$\Rightarrow \frac{F_1}{m_1} = \frac{F_2}{m_2} \Rightarrow \frac{10}{5} = \frac{12}{m_2} \Rightarrow m_2 = 6 \text{ g}$$

$$\frac{\Delta m}{m_1} \times 100 \Rightarrow \frac{6-5}{5} \times 100 = 20\%$$

با استفاده از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ داریم:

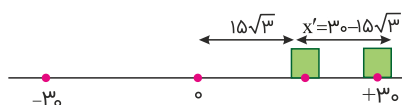
$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{1/2 l_1}{l_1}} = 1/1$$

دوره تناوب آن ۱۰٪ افزایش می‌یابد.

چون کمترین تندی متوسط نوسانگر خواسته شده، پس بازه زمانی داده شده یک بازه زمانی را باید یک بازه زمانی متقارن حول نقطه بازگشت در نظر بگیریم به این صورت که: $\frac{\Delta t}{2}$ قبل از رسیدن به نقطه بازگشت و $\frac{\Delta t}{2}$ بعد از نقطه بازگشت باشد:

$$t = \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \text{ s} \Rightarrow x = 30 \cos \frac{\pi}{6} = 30 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3} \text{ cm}$$

حالا مسافتی که متحرک از نقطه $x = 15\sqrt{3} \text{ cm}$ تا نقطه بازگشت می‌پیماید را محاسبه می‌کنیم:

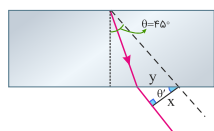
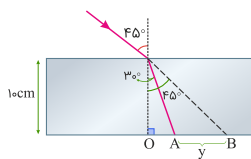
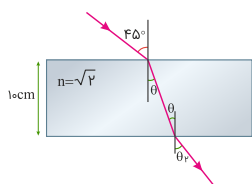


$$x' = (30 - 15\sqrt{3}) = 15(2 - \sqrt{3}) \text{ cm}$$

کل مسافت طی شده در این بازه زمانی $2x'$ است. حالا تندی متوسط را به دست می‌آوریم:

$$s_{av} = \frac{2x'}{\Delta t} = \frac{30(2 - \sqrt{3})}{\frac{1}{2}} = 90(2 - \sqrt{3}) \text{ cm/s}$$

گام اول: ابتدا زاویه شکست پرتو هنگام ورود به تیغه را به دست می‌آوریم و سپس زاویه خروج پرتو از تیغه را محاسبه می‌کنیم.



$$\frac{\sin 45^\circ}{\sin \theta} = \frac{\sqrt{2}}{1} \Rightarrow \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

$$\frac{\sin \theta}{\sin \theta_r} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\sin \theta_r} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \theta_r = 45^\circ$$

گام دوم: برای محاسبه x ، ابتدا باید y را محاسبه کنیم.

$$\tan 45^\circ = \frac{OB}{10} \Rightarrow OB = 10 \tan 45^\circ$$

$$\tan 30^\circ = \frac{OA}{10} \Rightarrow OA = 10 \tan 30^\circ$$

$$y = OB - OA = 10(\tan 45^\circ - \tan 30^\circ)$$

$$\Rightarrow y = 10\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \Rightarrow y = 10\left(\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3}}\right)$$

گام سوم: محاسبه مقدار x :

$$\theta' = \theta = 45^\circ$$

$$x = y \cos \theta' = 10\left(\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3}}\right) \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1)}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{5\sqrt{6}}{3}(\sqrt{3} - 1)$$

یکی از صوت‌هایی که شخص می‌شنود از طریق هوا به گوش او می‌رسد و صوت دیگر از طریق محیط میله، بنابراین داریم:

$$t_{\text{هوا}} - t_{\text{میله}} = 0.2 \Rightarrow \frac{d}{v_{\text{هوا}}} - \frac{d}{v_{\text{میله}}} = 0.2$$

$$\Rightarrow \frac{d}{v_{\text{هوا}}} - \frac{d}{16 v_{\text{هوا}}} = 0.2 \Rightarrow \frac{d \times 15}{16 v_{\text{هوا}}} = 0.2 \Rightarrow \frac{d \times 15}{16 \times 300} = 0.2 \Rightarrow d = 64 \text{ m}$$

با استفاده از رابطه $\Delta\beta = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$ می‌توان نوشت:

$$\Delta\beta = 10 \log \frac{I_2}{I_1} = 10 \log \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \xrightarrow{\Delta\beta = 40 - 54 = -14 \text{ dB}} -14 = 10 \log \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2$$

$$\Rightarrow \log \left(\frac{r_1}{r_2} \right) = -0.7 \Rightarrow \log \left(\frac{r_2}{r_1} \right) = 0.7$$

$$\log \frac{r_2}{r_1} = 0.7 = 1 - 0.3 \Rightarrow 0.7 = \log 10 - \log 2 \Rightarrow 0.7 = \log 5$$

$$\Rightarrow \log \frac{r_2}{r_1} = \log 5 \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = 5$$

$$r_2 - r_1 = 36 \xrightarrow{r_2 = 5r_1} 5r_1 - r_1 = 36 \Rightarrow 4r_1 = 36 \Rightarrow r_1 = 9 \text{ (m)}$$